7 класс

- Время проведения тура – 240 минут.
- Предметы, которыми разрешено пользоваться во время олимпиады: ручка с синими или фиолетовыми чернилами.

Задания

1. Расшифруйте числовой ребус (разным фигурам соответствуют разные цифры, одинаковым — одинаковые).

2. Разрежьте прямоугольник 4 x 8 на 8 равных частей так, чтобы в каждой части была звездочка.

*					*		*
				*			
	*	*			*	*	

3. Про число X книг на полке было сделано 5 утверждений:
1) X меньше 20; 2) X не меньше 5; 3) X не меньше 8; 4) X не меньше 9; 5) X больше 20.
Известно, что среди этих утверждений три верных и два неверных. Чему может равняться X?

4. Саша ехал в автобусе и увидел своего друга Ваню, который шел навстречу. Через 2 минуты Саша вышел и побежал догонять Ваню. Через какое время он его догонит, если Саша двигается в 3 раза быстрее Вани, но в 4 раза медленнее автобуса?

5. Школьник выписал на доске в ряд все числа от 17 до 34, получилось число 171819202122232425262728293031323334. Он собирается заменить одну из цифр нулем всюду, где она встречается. Может ли он так выбрать цифру, которую будет заменять, чтобы полученное число делилось на 36?

8 класс

- Время проведения тура – 240 минут.
- Предметы, которыми разрешено пользоваться во время олимпиады: ручка с синими или фиолетовыми чернилами.

Задания

1. Какие из следующих суждений будут ложными,
если истинно а) (1); б) (2); в) (3)?
(1) Все данные числа кратны пятнадцати.
(2) Только некоторые из данных чисел кратны трем.
(3) Ни одно из данных чисел не кратно пяти.
(4) Каждое из данных чисел кратно трем и пяти.
(5) Не каждое из данных чисел кратно пятнадцати.
(6) Все данные числа не кратны пятнадцати.
(7) Некоторые из данных чисел кратны пятнадцати.

2. Могут ли не быть равными треугольники, если они имеют по 2 равные стороны и по 3 равных угла?

3. На доске были написаны 12 последовательных натуральных чисел. Когда стерли одно из них, то сумма одиннадцати оставшихся оказалась равна 2012. Какие числа остались на доске?

4. В доме отдыха три корпуса расположены в вершинах треугольника. В первом корпусе живут 20 человек, во втором 40, в третьем 60. Где нужно построить киоск, чтобы суммарное расстояние до него, проходимое всеми отдыхающими, было бы как можно меньше?

5. Упростите и вычислите произведение 400 сомножителей вида
$\frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}, \quad k=1,\ldots,400.$

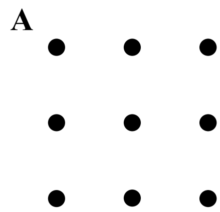
9 класс

- Время проведения тура – 240 минут.
- Предметы, которыми разрешено пользоваться во время олимпиады: ручка с синими или фиолетовыми чернилами.

Задания

1. Школьник начертил два подобных треугольника и разрезал каждый из них на два треугольника, первый на треугольники 1 и 2, второй на треугольники 3 и 4. Если треугольник 1 подобен треугольнику 3, обязательно ли треугольник 2 подобен треугольнику 4?

2. На плоскости даны 9 точек, расположенных в виде квадрата, одна из угловых точек обозначена А.



Сколько существует треугольников, у которых одна вершина находится в точке А, а две другие в остальных точках?

3. Если заменить в произведении 2013 чисел $1\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2012\cdot 2013$ каждый сомножитель на 1007, увеличится или уменьшится произведение?

4. Четыре зайца съели кучу морковки. Они ели по очереди, и каждый из них ел столько времени, сколько понадобилось бы трем другим зайцам, чтобы съесть половину кучи, если бы они ели вместе. Во сколько раз быстрее четыре зайца съели бы кучу, если бы ели не по очереди, а вместе?

5. Фиксированный отрезок AB – основание треугольника ABM, вершина M движется в плоскости треугольника так, что медиана AD имеет постоянную длину a. По какой траектории движется точка M?

10 класс

- Время проведения тура – 240 минут.
- Предметы, которыми разрешено пользоваться во время олимпиады: ручка с синими или фиолетовыми чернилами.

Задания

1. Найдите все p такие, что числа p, $p + 20$, $p + 34$ – простые.

2. Пусть $g(x) = ax^2 - ax + 1$ и $|g(x)| \le 1$ при $0 \le x \le 1$. Какое наибольшее значение может принимать a?

3. Имеются 9 отрезков: длины 1, длины 2, длины 3, …, длины 9. Квадраты с какими сторонами и сколькими способами можно составить из этих отрезков? (Не обязательно использовать все отрезки; способы составлений одного квадрата считаются разными, если использованы разные отрезки).

4. Точка K – середина стороны BC квадрата $ABCD$, точка F – середина отрезка KD. В каком отношении окружность, описанная около треугольника BKF, делит сторону AB квадрата?

5. Найдите сумму $S = 8 + 88 + 888 + \ldots + \underbrace{88...8}_{n\text{ цифр}}$.

11 класс

- Время проведения тура – 240 минут.
- Предметы, которыми разрешено пользоваться во время олимпиады: ручка с синими или фиолетовыми чернилами.

Задания

1. Решите уравнение $(a \sin x + b)(b \sin x + a) = (a \cos x + b)(b \cos x + a)$.

2. Пусть $g(x) = x^2 + px + q$. Найдите все пары (p, q), при которых выполняются равенства $g(p) = g(q) = 0$.

3. Каким числом способов можно представить число 2012 в виде суммы 3 натуральных слагаемых, если важен порядок следования слагаемых?

4. Куб со стороной a пересечен плоскостью, проходящей через его диагональ. Как надо провести эту плоскость, чтобы площадь сечения получилась наименьшей и чему площадь сечения в таком случае равна?

5. На окружности расположены 20 яблонь, на каждой яблоне сидит один шмель. Время от времени два шмеля одновременно перелетают на соседние яблони в противоположных направлениях (один – по часовой стрелке, другой – против). Могут ли все шмели собраться на одной яблоне?